

確率論

1 類 C1

山本 渉

April 8, 2022

$$0 \leq \Pr[X \in A] \leq 1 \quad (1)$$

- 事象の起こり易さを表す 0 以上 1 以下の実数
- 何かが起こる確率は 1、何も起こらない確率は 0
- 複数の確率の間の四則演算を考える際には注意が必要

集合論を使います

標本空間を集合として扱い、事象を標本空間の部分集合として定義します。

- 集合: 標本空間を集合として扱います
- 部分集合: 標本空間の部分集合を事象と呼びます
- 和集合: 確率の和は対応する事象の和集合の確率です
- 積集合: 確率の積は対応する事象の積集合の確率です
- 部分集合
- 余集合
- 開集合
- 閉集合
- 集合列
- 集合族

確率論は集合論の上に築かれている。

微積分を使います



- 微分
- 積分
- 部分積分
- 置換積分
- 偏微分
- 重積分
- 合成関数の微分

積分はほとんどが定積分である。だいたい被積分関数ごとに計算のコツが定まっている。

特殊関数を使います



- 正弦関数 $\sin(x)$ 、余弦関数 $\cos(x)$
- 指数関数 $\exp(x)$
- 対数関数 $\log(x)$
- ガンマ関数 $\Gamma(x)$
- ベータ関数 $B(x, y)$

正弦・余弦は正規分布についてのみ。ガンマ関数はガンマ分布・アーラン分布・カイ二乗分布のみ。ベータ関数はベータ分布のみ。

数列を使います



- 幾何級数・等比数列の和
- 無限級数の和
- 置換積分
- 二項展開
- 多項展開
- マクローリン展開・テイラー展開

変換を使います



- 位置変換 $y = x - a$
- 尺度変換 $y = x/b$
- べき変換 $y = x^c$
- 指数変換 $y = e^x$
- 対数変換 $y = \log_e x$

- 必修科目です。1回で単位取得してください。
- 確率論は確率を扱うための数学なので、数学を使います。微分積分学第一・第二、線形代数学第一・第二、数学演習第一・第二、離散数学の内容を修得していることを前提に講義を行います。
- 情報領域演習第二に2回の確率論の演習(通称・K演習)があります。
- 3クラスに分かれて金曜の1限(C1)と火曜と金曜の3限(C2, C3)に開講しています。それぞれのクラスの担当は、C1が山本、C2が天野、C3が川野です。
- 学籍番号が21で始まる学生はクラス変更の希望を出せません。(教務課がクラス分けしました)
- 学籍番号が20以前で始まる学生は、クラスの変更が可能です。関係する担当教員に相談してください。

- 中間と期末に試験を実施するか、レポート課題を課するか、いずれかを実施します。教室が確保できたら試験です。
- 成績評価は試験 (またはレポート課題) の成果で 70 点満点、毎週の課題への取り組みで 30 点満点の合計で評価します。
- 手書きレポートについて、こちらは A4 サイズで採点するので、それで扱える字の大きさに書いてください。採点時に小問単位で複数ページに跨る字の大きさは減点対象とします。

- 教科書は3クラス共通です。朝倉書店から出版されている藤澤洋徳 (2006) 「確率と統計」, 朝倉書店. を使います。統計の分量が少し多いですが、良い具合の丁寧さと粗さのバランスが悪くないです。
- 小林道正 (2018) 「サイコロから学ぶ確率論」, 裳華房. 確率論だけの教科書です。丁寧に論が組み立てられています。確率過程がゴールの本です。自習に向いています。
- 大平徹 (2017) 「確率論 講義ノート」, 森北出版. これも確率論だけの教科書です。ゴールは確率過程を越えて、確率微分方程式です。
- 永田靖 (2005) 「統計学のための数学入門 30 講」, 朝倉書店. 計算に困ったら、この本に頼るといいです。単元の並びが確率論で出てくる順序と異なるので、前から読むのはあまりお勧めしません。

- 国沢清典・編 (1996) 「確率統計演習 1 確率」, 培風館. 演習が沢山掲載されています。この本にあるぐらいの問題で期末試験を課したいです。
- 国沢清典・編 (1996) 「確率統計演習 2 統計学」, 培風館. 統計学が院試科目にある大学院を受験するなら、これを全部解いておけばいい、と言われたことがあります。
- E. クライツィグ (2004) 「確率と統計」, 培風館. 「技術者のための高等数学」という工学系の数学科目のための分厚い教科書を分訳したもの。旧1科はこれを使ってました。2類の確率統計の教科書かもしれません。売りは薄さです。コンパクトに必要な最低限なことをまとめています。
- 2021 年度までは久保木久孝 (2007) 「確率・統計解析の基礎」を使用していました。久保木先生は 2018 年頃まで電気通信大学で教鞭を執られてました。少し難しい記述も散見されますが、未永く置いておける良書です。
- 黒木学 (2020) 「数理統計学」, 共立出版. は、統計学の教科書にしようかと考えています。最近出版された良書です。計算の過程が少し丁寧に書かれています。

- ① 確率論の基礎概念：高校の確率と大学の確率論の橋渡し
- ② 確率変数と分布関数：1次元の場合
- ③ 確率ベクトルと分布関数：2次元以上の場合
- ④ 大数の法則と中心極限定理：確率分布の漸近理論
- ⑤ 離散型確率分布：標本空間が離散集合の確率事象のための確率分布
- ⑥ 連続型確率分布：標本空間が連続集合の確率事象のための確率分布

確率とは



確率とは何か、と聞かれたらどう答える？

確率に諸説あります



- ① 論理説：確率は記述の正しさの度合いを表す。
真 (True) は 1、偽 (False) は 0、その中間は真らしさ。例えば正しさ 0.7？
- ② 主観説：確率は個人の信念の強さを表す。
信念の押し付けも確率で論じる。次のレースは絶対に当ててみせる？
- ③ 頻度説：確率は同一の試行の繰り返しの中での出現比率を表す。
確率 70% といえば、100 回の試行の中で平均して 70 回起こるぐらいの起こり易さである。
- ④ 傾向説：確率は事象を生起させる条件が持つ性質である。
明日の午後の降水確率が 70% とは、明日が 100 回来たら平均してそのうちの 70 回は降水があるのではなく、明日の午後という条件が降水確率 70% という確率を持つ？

他にもある。どの節が正しいかは、科学哲学の問題である。この講義でそれを論じると、工学系の学部の専門基礎科目として必要な項目を説明できなくなる。この講義では、次の整理だけをして話を進める。

この講義にとっての確率は



コルモゴロフの公理を満たす数字

- ① 確率は 0 以上 1 以下の実数 (負の数字は確率と呼ばないし、1 を超える数字も呼ばない)
- ② ある事象と別の事象が互いに疎なら、それらのいずれかが起こる確率はそれぞれの確率の和で求まる (確率が足せるのは事象が互いに疎なときのみ)
- ③ すべての事象のいずれかが起こる確率は 1 (全確率は 1)

今日はここまで



Google Classroom に公開されるファイルに取り組んで、今日中に提出しておいでください。(いつもなら授業中にやってもらっていることです。)