情報リテラシー演習

第4回 確率のシミュレーション

確率論の演習

- 下記のような問題を、実際にサイコロを振ることなく、Rで、シミュレーション実験して検討する

(2) いかさまや仕込みのない 6 面の賽子を 1 回振る試行を考える。出た目が 2 の倍数である事象を E、出た目が 3 の倍数である事象を T として、この二つの事象は互いに独立かどうか、同時確率や条件付き確率を求めて、調べよ。

６面のサイコロ #1

- ６種類の互いに排反な事象が独立に起こる
- 出目を確率変数Xで表す
- Pr[X=1]=Pr[X=2]=Pr[X=3]=Pr[X=4]=Pr[X=5]=Pr[X=6]=1/6=0.16666...
- これはrmultinom()という関数でシミュレーションできる

６面のサイコロ #2

- rmultinom(n,size,prob)
  - n:size回の試行、を繰り返す回数を与える
  - size:何回の試行の合計を、1回のシミュレーションと数えるか、を与える
  - prob:各事象が起こる確率を与える

６面のサイコロ #3

- たとえばサイコロを1回振ることを1回だけ繰り返すには
  rmultinom(1,1,c(1/6,1/6,1/6,1/6,1/6,1/6))
  とする

```
> rmultinom(1,1,c(1/6,1/6,1/6,1/6,1/6,1/6))
     [,1]
[1,]    0
[2,]    0
[3,]    0
[4,]    0
[5,]    0
[6,]    1
```

- 1～6はサイコロの目、の記号

６面のサイコロ #4

- サイコロを1回振ることを10回繰り返した結果を振った回数分得るには

  rmultinom(10,1,c (1/6,1/6,1/6,1/6,1/6,1/6))

```
> rmultinom(10,1,c(1/6,1/6,1/6,1/6,1/6,1/6))
     [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8] [,9] [,10]
[1,]    0    1    1    0    0    0    0    0    0     0
[2,]    1    0    0    0    0    0    1    1    0     0
[3,]    0    0    0    1    0    0    0    0    0     0
[4,]    0    0    0    0    0    1    0    0    0     0
[5,]    0    0    0    0    0    0    0    0    1     1
[6,]    0    0    0    0    1    0    0    0    0     0
```

- 1～6はサイコロの目、1～10は繰り返し

６面のサイコロ #5

- 上の10回分の集計を1回得るには逆に

  rmultinom(1,10,c (1/6,1/6,1/6,1/6,1/6,1/6))

```
> rmultinom(1,10,c(1/6,1/6,1/6,1/6,1/6,1/6))
     [,1]
[1,]    2
[2,]    2
[3,]    1
[4,]    2
[5,]    1
[6,]    2
```

- 上の数字を足すと10になっている

サイコロの目の分類 #1

- 2の倍数か否か、という事象

  2の倍数={2,4,6}、2の倍数でない={1,3,5}

  Pr[2の倍数]=1/2、Pr[2の倍数でない]=1/2

- 3の倍数か否か、という事象

  3の倍数={3,6}、3の倍数でない={1,2,4,5}

  Pr[3の倍数]=1/3、Pr[3の倍数でない]=2/3

サイコロの目の分類 #2

- 2の倍数、3の倍数、という2種類の分類
- 2の倍数かつ3の倍数={6}

  2の倍数だが3の倍数でない={2,4}

  2の倍数でないが3の倍数={3}

  2の倍数でも3の倍数でもない={1,5}

サイコロの目の分類 #3

- Pr[2の倍数かつ3の倍数]=Pr[X∈{6}]=1/6

  Pr[2の倍数だが3の倍数でない]=Pr[X∈{2,4}]=1/3

  Pr[2の倍数でないが3の倍数]=Pr[X∈{3}]=1/6

  Pr[2の倍数でも3の倍数でもない]=Pr[X∈{1,5}]=1/3

サイコロの目の分類 #4

- 二つの事象、AとB、が独立か否かの検討は

  $\Pr[A かつ B] = \Pr[A] \times \Pr[B]$

  が成り立つかを確認する。たとえば

  - $\Pr[X \in \{6\}] = \Pr[X \in \{2,4,6\}] \times \Pr[X \in \{3,6\}]$ ？

  - $\Pr[X \in \{2,4\}] = \Pr[X \in \{2,4,6\}] \times \Pr[X \in \{1,2,4,5\}]$ ？

サイコロの目の分類 #5

- まず実験のためにサイコロを1000回振っておく

```
> results <- rmultinom(1,1000,c(1/6,1/6,1/6,1/6,1/6,1/6))
> results
     [,1]
[1,]  166
[2,]  172
[3,]  199
[4,]  130
[5,]  160
[6,]  173
```

- 6の目が出た回数、2,4,6の目が出た回数、3,6の目が出た回数、を切り出す

```
> results[6,1]
[1] 173
> results[c(2,4,6),1]
[1] 172 130 173
> results[c(3,6),1]
[1] 199 173
```

サイコロの目の分類 #6

- 各事象の頻度を計算するにはsum()という合計を計算する関数を用いる

```
> sum(results[c(2,4,6),1])
[1] 475
> sum(results[c(3,6),1])
[1] 372
```

- 比率に直すために、1000で割って、掛ける

```
> results[c(6),1]/1000
[1] 0.173
> sum(results[c(2,4,6),1])/1000
[1] 0.475
> sum(results[c(3,6),1])/1000
[1] 0.372
> sum(results[c(2,4,6),1])/1000 * sum(results[c(3,6),1])/1000
[1] 0.1767
```

考えて欲しいこと #1

- 実験からは、6の目が出る確率は0.173、2の倍数かつ3の倍数が出る確率は0.1767となった。これら二つの数値は近い？遠い？
- 他の3つの組み合わせについてはどうか。

考えて欲しいこと #2

- 以上の手順で、下記の問題についても検討せよ。

(3) (2) につき、いかさまや仕込みのない 7 面の賽子ではどうか、同様に調べよ。