

確率論 (*Probability Theory*) 確率分布の特徴量

w.hamamoto

1 確率の表現法

- 互いに疎な事象の確率表
- 互いに疎な区間の確率表
-

確率論 第4週 確率分布の特徴量

学籍番号 _____ 氏名 _____

1. 連続な確率変数の取り扱いの練習

確率変数 X_1 の累積分布関数 $F_1(x) = Pr[X_1 \leq x]$ を

$$F_1(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ x & (0 \leq x < 1) \\ 1 & (1 \leq x) \end{cases} \quad (1)$$

 X_2 の累積分布関数 $F_2(x) = Pr[X_2 \leq x]$ を

$$F_2(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ 1/2 & (0 \leq x < 1/2) \\ 1 & (1/2 \leq x) \end{cases} \quad (2)$$

とする。また、(X_1 と X_2 と異なる別の) 確率変数 X は

$$G(x) = \alpha F_1(x) + (1 - \alpha) F_2(x) \quad (3)$$

という累積分布関数をもつ確率分布に従うとする。これら3つの確率変数 X_1 、 X_2 、 X について、以下の問いに答えよ。1-1 X_1 について、

1-1-a 次の4つの確率を求めよ。

$$\text{Ans. } \frac{Pr[0 < X_1 < 1/2] = \quad \quad \quad Pr[0 \leq X_1 < 1/2] = \quad \quad \quad}{Pr[0 < X_1 \leq 1/2] = \quad \quad \quad , Pr[0 \leq X_1 \leq 1/2] = \quad \quad \quad}$$

1-1-b 平均 $E[X_1]$ と2次モーメント $E[X_1^2]$ を求めよ。

$$\text{Ans. } E[X_1] = \quad \quad \quad , E[X_1^2] = \quad \quad \quad$$

1-2 X_2 について、

1-2-a 次の4つの確率を求めよ。

$$\text{Ans. } \frac{Pr[0 < X_2 < 1/2] = \quad \quad \quad Pr[0 \leq X_2 < 1/2] = \quad \quad \quad}{Pr[0 < X_2 \leq 1/2] = \quad \quad \quad , Pr[0 \leq X_2 \leq 1/2] = \quad \quad \quad}$$

1-2-b 平均 $E[X_2]$ と2次モーメント $E[X_2^2]$ を求めよ。

$$\text{Ans. } E[X_2] = \quad \quad \quad , E[X_2^2] = \quad \quad \quad$$

1-3 X について、1-3-a 平均 $E[X]$ と分散 $V[X] = E[X^2] - \{E[X]\}^2$ を求めよ。

$$\text{Ans. } E[X] = \quad \quad \quad , V[X] = \quad \quad \quad$$

1-3-b 上で求めた分散 $V[X]$ を最大にする α と最小にする α を求めよ。

$$\text{Ans. } \text{最大にする } \alpha = \quad \quad \quad , \text{最初にする } \alpha = \quad \quad \quad$$

連絡 学籍番号が 12 以外で始まる学生が、4 限の確率論の講義の履修を希望する場合、今年度は 5 限に上級科目を履修する場合のみ許可する。それ以外の学生は必ず 5 限を履修すること。(なお参考までに次年度以降はいかなる理由でも許可しない。)

レポートの提出要領は次の通り。

課題番号	#4 (2013.05.09 出題)
提出期限	2013 年 5 月 13 日 午後 4 時 30 分
提出場所	西 5 号館 3 階総合情報学科事務室の向かい側の集合ポスト (「確率論」あるいは「応用数学 B」とある投函口)
様式	本紙、A 4 もしくは B 5 (ルーズリーフ可、両面可)
その他	丸写しは採点していて飽きるし、剽窃は自分のためにならない 各自が自力で取り組むことを、切に願う 成書を参考にするなどは言わないが、参考にした書籍があれば、著者への礼儀として必ず記すこと 表紙はつけないこと 1 ページ目の上部に、「講義名」「レポート番号」「学籍番号」「氏名」「投函日」を記すこと

確率論 第4週 確率分布の特徴量

学籍番号 _____ 氏名 _____

1. 連続な確率変数の取り扱いの練習

確率変数 X_1 の累積分布関数 $F_1(x) = Pr[X_1 \leq x]$ を

$$F_1(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ x & (0 \leq x < 1) \\ 1 & (1 \leq x) \end{cases} \quad (4)$$

 X_2 の累積分布関数 $F_2(x) = Pr[X_2 \leq x]$ を

$$F_2(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ 1/2 & (0 \leq x < 1/2) \\ 1 & (1/2 \leq x) \end{cases} \quad (5)$$

とする。また、(X_1 と X_2 と異なる別の) 確率変数 X は

$$G(x) = \alpha F_1(x) + (1 - \alpha) F_2(x) \quad (6)$$

という累積分布関数をもつ確率分布に従うとする。これら 3 つの確率変数 X_1 、 X_2 、 X について、以下の問いに答えよ。1-1 X_1 について、

1-1-a 次の 4 つの確率を求めよ。

$$\text{Ans. } \frac{Pr[0 < X_1 < 1/2] = \quad \quad \quad Pr[0 \leq X_1 < 1/2] = \quad \quad \quad}{Pr[0 < X_1 \leq 1/2] = \quad \quad \quad , Pr[0 \leq X_1 \leq 1/2] = \quad \quad \quad}$$

1-1-b 平均 $E[X_1]$ と 2 次モーメント $E[X_1^2]$ を求めよ。

$$\text{Ans. } E[X_1] = \quad \quad \quad , E[X_1^2] = \quad \quad \quad$$

1-2 X_2 について、

1-2-a 次の 4 つの確率を求めよ。

$$\text{Ans. } \frac{Pr[0 < X_2 < 1/2] = \quad \quad \quad Pr[0 \leq X_2 < 1/2] = \quad \quad \quad}{Pr[0 < X_2 \leq 1/2] = \quad \quad \quad , Pr[0 \leq X_2 \leq 1/2] = \quad \quad \quad}$$

1-2-b 平均 $E[X_2]$ と 2 次モーメント $E[X_2^2]$ を求めよ。

$$\text{Ans. } E[X_2] = \quad \quad \quad , E[X_2^2] = \quad \quad \quad$$

1-3 X について、1-3-a 平均 $E[X]$ と分散 $V[X] = E[X^2] - \{E[X]\}^2$ を求めよ。

$$\text{Ans. } E[X] = \quad \quad \quad , V[X] = \quad \quad \quad$$

1-3-b 上で求めた分散 $V[X]$ を最大にする α と最小にする α を求めよ。

$$\text{Ans. } \text{最大にする } \alpha = \quad \quad \quad , \text{最初にする } \alpha = \quad \quad \quad$$

連絡 学籍番号が 12 以外で始まる学生が、4 限の確率論の講義の履修を希望する場合、今年度は 5 限に上級科目を履修する場合のみ許可する。それ以外の学生は必ず 5 限を履修すること。(なお参考までに次年度以降はいかなる理由でも許可しない。)

レポートの提出要領は次の通り。

課題番号	#4 (2013.05.09 出題)
提出期限	2013 年 5 月 13 日 午後 4 時 30 分
提出場所	西 5 号館 3 階総合情報学科事務室の向かい側の集合ポスト (「確率論」あるいは「応用数学 B」とある投函口)
様 式	本紙、A 4 もしくは B 5 (ルーズリーフ可、両面可)
その 他	丸写しは採点していて飽きるし、剽窃は自分のためにならない 各自が自力で取り組むことを、切に願う 成書を参考にするなどは言わないが、参考にした書籍があれば、著者への礼儀として必ず記すこと 表紙はつけないこと 1 ページ目の上部に、「講義名」「レポート番号」「学籍番号」「氏名」「投函日」を記すこと