Hand out

due	15 mai 2014
cur	15 mai 2014
ver	1
rev	0

確率論 (*Probability*) 第 6 週

w.yamamoto

ミニテスト #1 (4 限向け)

解答用紙は 1 枚の両面のみとする。名前・学籍番号を記せ。大問の解答順序は自由でよい。

1. カード (ジョーカーは除く) を引く実験の標本空間 Ω は、マーク (4 種類) と数字 (A,2, ~ 10, J, Q, K) の組み合わせからなる 52 枚のカードで構成される。どのカードも無作為に引かれると仮定し、以下の問いに答えよ。

1-1 クラブのカードを引く確率を求めよ。

1-2 A, J, Q, K のカードのどれかを引く確率を求めよ。

1-3 クラブの A か J か Q か K のどれかを引く確率を求めよ。

1-4 クラブのカードが引かれた、との条件の元で、A, J, Q, K のカードのどれかを引く確率を求めよ。

2. 中は見えないガシャポンの機械に "A"、"B"、"C" の 3 つの景品を 1 つずつ入れる。どの順序で出てくるか、こちらには予想できないように、ランダムに入れる。500 円で機械を回すと、ひとつ出てくる。2 回の連続試行の結果を表す確率変数 (ベクトル) を $\boldsymbol{X} = (X_1, X_2)$ と書く。そして例えば 1 回目に "A" が出てきて、2 回眼に "B" が出てきた時、

$$\boldsymbol{X} = (A, B) \tag{1}$$

と記す。これは $X_1 = A$ および $X_2 = B$ の意味である。この試行の標本空間は次の通り。

$$\Omega = \{(A, B), (A, C), (B, C), (B, A), (C, A), (C, B)\} \tag{2}$$

2-1 $X_1 = A$ となる周辺確率を求めよ。ただし Ω の中のすべての場合は等しい確率で生じるものとする。

2-2 $X_2 = A$ となる周辺確率を求めよ。

2-3 $\boldsymbol{X} = (A, B)$ となる確率を求めよ。

2-4 $X_2 = B$ だけを知らされた時に、$X_1 = A$ である条件付き確率を <u>ベイズの定理を用いて</u> 求めよ。

2-5 $X_1 = A$ と $X_2 = B$ は独立な事象か否かを判定せよ。

Hand out

確率論 (*Probability*) 第 6 週

due	15 mai 2014
cur	15 mai 2014
ver	1
rev	1

w.yamamoto

ミニテスト #1 (5 限向け)

解答用紙は 1 枚の両面のみとする。名前・学籍番号を記せ。大問の解答順序は自由でよい。

1. 2 日間の天気の組み合わせを考える。1 日目の天気を X_1 と 2 日目の天気 X_2 をとする。(X_1, X_2) のすべての組み合わせ

$$\Omega = \{(F, F), (F, C), (F, R), (C, F), (C, C), (C, R), (R, F), (R, C), (R, R)\} \tag{3}$$

のうち、同じ天気が続く確率は

$$Pr[(F, F)] = 0.3, Pr[(R, R)] = 0.2, Pr[(C, C)] = 0.2, \tag{4}$$

で与えられ、残りの確率はすべて 0.05 とする。このとき以下の問いに答えよ。

1-1 1 日目が晴れる確率を求めよ。

1-2 2 日目が晴れる確率を求めよ。

1-3 1 日目と 2 日目の天気は互いに独立か、調べよ。

2. 3 つの箱が並んでいる。それらのうち、1 つは「当たり」、2 つは「はずれ」である。挑戦者が 1 つを選択した後、司会者は残りの 2 つのうちから「はずれ」の方を開けて見せる。どちらもはずれ (つまり挑戦者が最初から「当たり」を選択していた) なら、確率 1/2 でンダムにどちらかを選んで、開けてみせる。この次に挑戦者は、箱を変更してもよい。

今、挑戦者が箱 A を選び、司会者が箱 B の中身がはずれと見せたとする。ここで箱の選択を変更してもよい挑戦者は、箱の選択を変えるべきか。

この問題を次のように考える。当たりが入っている箱を表す確率変数 X を $X \in \Omega_X = \{A, B, C\}$ とする。いずれかをとる確率は 1/3 とする。

$$Pr[X = A] = Pr[X = B] = Pr[X = C] = 1/3 \tag{5}$$

次に開ける箱を表す確率変数を Y とする。これも $Y \in \Omega_X$ である。Y は挑戦者の行動 (あたりの箱の推測) に依存して決まるが、以下では A を選択した、という条件の下で話を進める。だから Y ではなく $Y(A)$ と書いてもよい。

X と Y の組み合わせを $\boldsymbol{X} = (X, Y)$ と書くと、この試行の標本空間は次の通り。

$$\Omega = \{(A, B), (A, C), (B, C), (B, A), (C, A), (C, B)\} \tag{6}$$

2-1 挑戦者が箱 A を選んだが、あたりの箱は A であったときに、司会者が B の中身をはずれとして見せる条件付き確率 $Pr[Y = B|X = A]$ を求めよ。ついでに $Pr[Y = B|X = B]$ と $Pr[Y = B|X = C]$ も求めよ。

2-2 $\boldsymbol{X} = (A, B)$ となる確率を求めよ。

2-3 $\boldsymbol{X} = (C, B)$ となる確率を求めよ。

2-4 $Y = B$ の条件の下で $X = A$ となる条件付き確率を <u>ベイズの定理を用いて</u> 求めよ。

2-5 $Y = B$ の条件の下で $X = C$ となる条件付き確率を好きに求めよ。